

Предложены информационно-энтропийные критерии самоподобия и самоаффинности, формула коэффициента аффинности импульсных сигналов, способ перенормировки мультифрактальной спектральной функции для определения энтропии неоднородных множеств. Показана возможность количественного описания специфики микроволновых радиовсплесков Солнца, крупных геомагнитных бурь и Форбуш-эффектов.

Нестационарные высокоэнергетичные процессы, происходящие на Солнце (солнечные вспышки), сопровождаются разнообразными физическими явлениями и представляют всеобщий интерес с точки зрения физики открытых систем. Актуальными являются также вопросы, связанные с влиянием на работу радиоэлектронных узлов космической техники электромагнитных излучений и космических лучей, генерируемых солнечными вспышками.

Радиоизлучение Солнца может характеризовать механизмы явлений, факторы, необходимые для прогнозирования и классификации вспышек. Как правило, сигналы от солнечных вспышек нерегулярные, хаотические. Поэтому, чтобы получить количественные характеристики необходимо применять методы теории динамического хаоса, нелинейной физики.

Целью настоящей работы является применение информационно-энтропийных критериев самоподобия и самоаффинности, метода мультифрактальной спектральной функции к анализу радиосигналов от солнечных вспышек.

1. Новые методы анализа стохастических и хаотических сигналов

Принимая информацию I за независимую переменную определим неподвижные точки плотности распределения вероятности $f(I)$ и информационной энтропии $S(I)$ [1, 2].

$$\begin{aligned} f(I) &= e^{-I}, \quad e^{-I_1} = I_1, & I_1 &= 0.567, \\ S(I) &= (I+1)e^{-I}, \quad (I_2+1)e^{-I_2} = I_2, & I_2 &= 0.806. \end{aligned} \quad (1)$$

Самоподобие простых объектов следует ожидать при $I_{10} < S \leq I_1$, а самоаффинность сложных объектов с различными коэффициентами подобия при $I_{20} < S \leq I_2$, где $I_{10}=0,5$, $I_{20}=0,618$ являются первыми приближениями I_1, I_2 по разложению экспоненты.

Одним из условий самоорганизации является неравновесность, неоднородность системы. Неоднородность радиосигнала $x(t)$ описывается аффинностью – различным изменением величины x и времени t . Используя неравенство Гельдера можно записать коэффициент аффинности для двух переменных в виде:

$$k_{x_1, x_2}^{l, m} = \frac{\left(\langle x_1^l \rangle\right)^{1/l} \left(\langle x_2^m \rangle\right)^{1/m}}{\langle x_1 x_2 \rangle}, \quad \frac{1}{l} + \frac{1}{m} = 1. \quad (2)$$

Мы будем пользоваться коэффициентом $k_{x_1, x_2}^{2, 2} \equiv k_2$.

Единственной функцией, обладающей свойствами меры хаотичности является энтропия. Известную проблему представляет нормировка энтропии, значение которой зависит от масштаба измерения физической величины. Для импульсных сигналов в качестве постоянной нормировки можно выбрать значение энтропии Шеннона равнобедренного треугольного импульса. Энтропию стохастических, дискретных сигналов можно определить известным соотношением мультифрактального анализа [3]

$$f(\alpha(q=1)) = \alpha(q=1) = D_{q=1} = S, \quad (3)$$

где q - порядок мультифрактального момента, $\alpha(q)$ - фрактальная размерность ячейки (структуры с минимальным масштабом δ), $f(\alpha(q))$ - фрактальная размерность множества ячеек с характеристикой $\alpha(q)$, D_q - обобщенная, мультифрактальная размерность.

Однако энтропия S , определяемая по формуле (3), характеризует однородное множество без перемежаемости ($q=1$), т.е. не учитывается аффинность сигнала. Для произвольных значений q запишем формулу (3) в виде:

$$f\left(\frac{\alpha}{\alpha_m}\right) = \frac{\alpha}{\alpha_m} = S, \quad S = (S_1, S_2), \quad (4)$$

где α_m - максимальное значение α , S_1, S_2 - неподвижные точки выпуклой кривой $f\left(\frac{\alpha}{\alpha_m}\right)$.

Необходима перенормировка значений S_1, S_2 , т.к. нарушено условие $q=1$, принятое в формуле (3). Для этой цели примем условие равенства относительной величины отклонения локальной (информационной) и осредненной (энтропийной) мер хаотичности от их устойчивых, масштабно-инвариантных значений:

$$S_1 - I_1 = C \cdot \left(\frac{q_1(S_1) - q_1(I_1)}{q_1(I_1)} \right), \quad (5)$$

$$S_{2n} - I_2 = |C| \cdot \left(\frac{q_2(S_2) - q_2(I_2)}{q_2(I_2)} \right), \quad (6)$$

где S_{2n} - перенормированное значение S_2 . Можно определить S_{1n} через S_2 , также перенормировку произвести через разности $\alpha(S) - \alpha(I)$, но эти варианты будут менее точными.

2. Результаты анализа временных рядов

Мы анализировали информационно-энтропийным и мультифрактальным методами радиоизлучение Солнца на частотах от 245 до 15400 МГц по данным обсерваторий **Sagamore Hill** (Massachusetts), **Palehua** (Hawaii) для событий, имевших место вплоть до 2005 года [4]. Примеры событий показаны на рисунке 1.

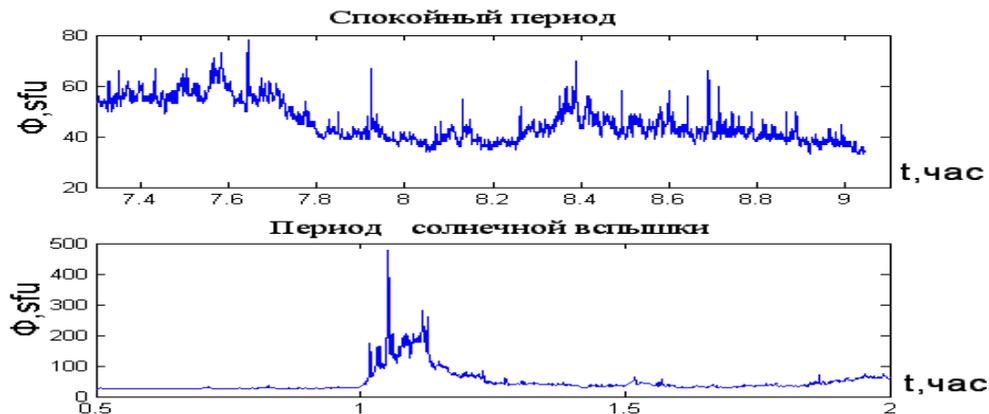


Рис. 1 - Изменение интенсивности микроволнового радиоизлучения Солнца по времени (24.08.2002)

На рис. 2 представлена зависимость от коэффициента аффинности информационной энтропии

$$S = -\sum_i P_i(\delta) \ln P_i(\delta), \quad (7)$$

где δ - масштаб измерения интенсивности излучения, P_i - вероятность попадания в интервал δ с номером i .

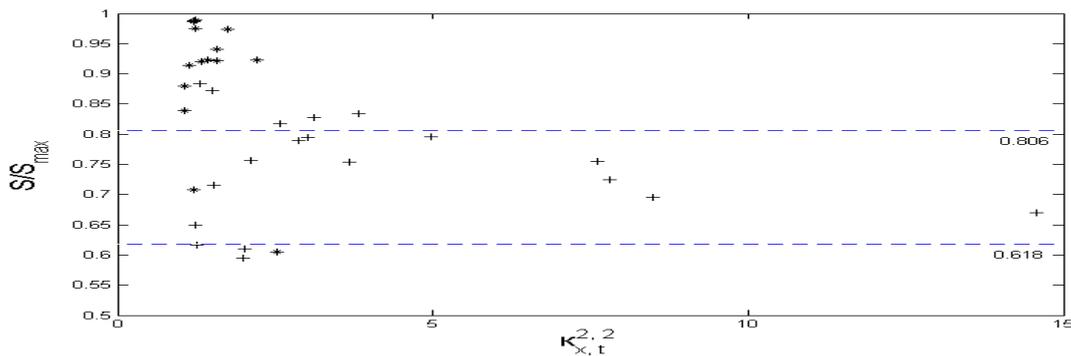


Рис. 2 - Зависимость энтропии от коэффициента аффинности
* - для спокойных периодов,
+ - для возмущенных периодов.

В интервале самоорганизации наблюдаются данные по неоднородным вспышкам ($I_{20} \leq S/S_{max} \leq I_2$), для которых коэффициенты аффинности $k_{x,t}^{2,2}$ максимальные. Энтропия сигналов относительно спокойных (мелкомасштабно-стохастических) периодов ближе к равновесному значению ($I_2 < S/S_{max} \leq 1$). Максимум энтропии S_{max} соответствует коэффициенту аффинности $k_{x,t}^{2,2} = 1,33$ для равнобедренного треугольного импульса. Как и следовало ожидать, самоорганизация наблюдается в неравновесных, перемежаемых режимах.

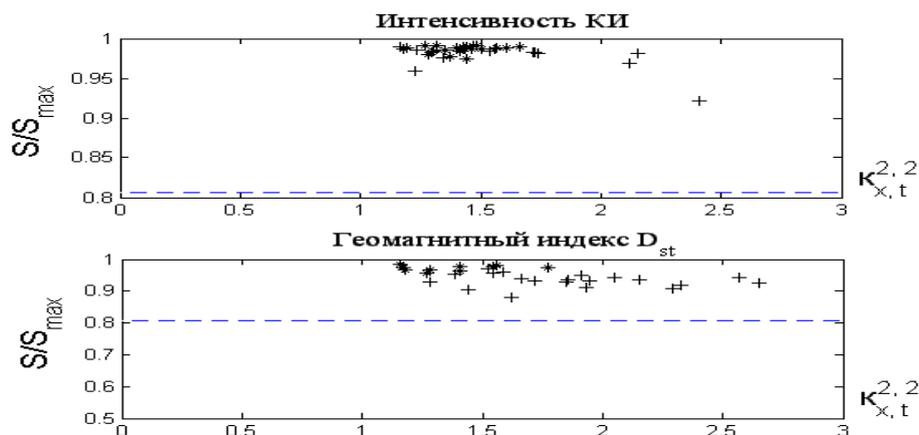


Рис. 3 - Зависимость энтропии от коэффициента аффинности
* - для спокойных периодов, + - для возмущенных периодов

На рис. 3 представлены зависимости $\frac{S}{S_{max}}(k_{x,t}^{2,2})$ для Форбуш-эффекта и геомагнитных бурь [5, 6]. Относительная энтропия ближе к единице даже для наибольших значений коэффициента аффинности, что свидетельствует о том, что различные дополнительные факторы наблюдения нарушают условия самоорганизованного режима излучения Солнца.

Рис.4 иллюстрирует метод определения перенормированной энтропии по мультифрактальному спектру в соответствии с формулой (6).

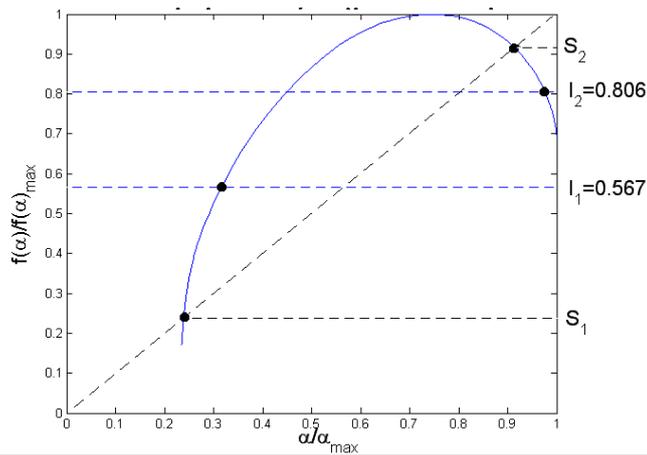


Рис. 4 – Нормированный мультифрактальный спектр солнечного радиоизлучения

На рис. 5 приведено сопоставление энтропий, определенных по формуле Шеннона с нормировкой к треугольному импульсу и по более универсальному методу мультифрактальной масштабной инвариантности (по формуле (6)). Согласие результатов для стохастических явлений следует считать хорошим.

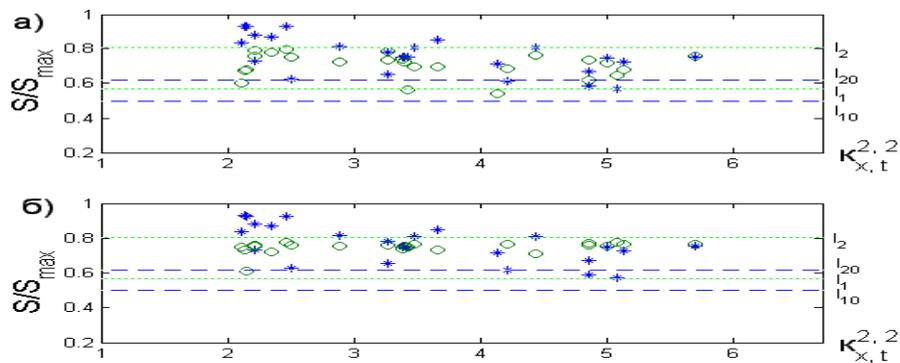


Рис. 5 - Зависимость энтропии от коэффициента аффинности

- * - энтропия, нормированная по треугольному сигналу
 - o - энтропия, перенормированная относительно S_1
- (по параметру q –(а), по фрактальной размерности α –(б))

По вышеизложенному можно сделать вывод о том, что радиоизлучение Солнца обладает мультифрактальными, масштабно-инвариантными свойствами и предлагаемый нами метод определения относительной хаотичности перемежаемых явлений может иметь универсальную применимость.

Литература

1. Жанабаев З.Ж. Информационные свойства самоорганизующихся систем.// Докл. НАН РК,- 1996. №5.с.14-19.
2. Жанабаев З.Ж., Мухамедин С.М., Иманбаева А.К. Информационные критерии степени самоорганизации в турбулентности.// Изв. вузов. Физика. 2001, №7. –с. 72-77.
3. Федер Ф. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
4. <http://www.ngdc.noaa.gov/stp/>
5. www.ngdc.noaa.gov/stp/SOLAR/flareint.html (National Geophysical Data Center)
6. <http://swdcwww.kugi.kyoto-4.ac.jp/wdc> (WDC-C2 for Geomagnetism (Kyoto))